



collège
MELKART
soyons à l'écoute

DEVOIRS DE VACANCES ÉTÉ 2024

4^{ème} vers 3^{ème}
Mathématiques



Les devoirs de vacances proposés sont obligatoires pour certains élèves et conseillés pour tous les autres, afin de consolider les acquis du travail effectué depuis le début de l'année.

Pour les élèves dont les devoirs sont obligatoires, il est impératif de les travailler sérieusement et les rendre complets, pour ne pas compromettre la prochaine année scolaire et faciliter l'adaptation à la classe supérieure.

Bonnes vacances à tous.

1- Calculer en montrant les étapes du calcul :

$$A = \frac{8}{15} + \frac{35}{21}; \quad B = 0,5 + \frac{4}{5}; \quad C = -3 + \frac{1}{2}; \quad D = \frac{2}{3} + \frac{-6}{15}; \quad E = \frac{1}{4} + 3.$$

$$F = -7,4 - [5,4 - (3,2 - 8,7) + (5,4 - 3)] + [8,9 + (5,4 - 7)]$$

2- On donne le nombre $a = \frac{105}{273}$.

- Ecrire a sous forme irréductible.
- Trouver une écriture de a dont le numérateur est (-85) .
- Trouver une écriture de a dont le dénominateur est 247.

3- a) Réduire : $A = 2^7 \times 2^2 \times 2^{-6}$; $B = 6^6 \times 2^{-6}$; $C = 9xy^2(2y)^3(3zx)$;

$$D = \frac{25^4}{125^3} ; \quad E = (-2ab^3)(-3a^2b^4)(2a^3b^5) ; \quad F = \frac{(ab)^2b^2c^3}{a^2c(b^2c)^2}$$

b) Remplacer les pointillés par le nombre convenable :

$$3^{\dots} \times 3^3 = 3^7 ; \quad \frac{5^{\dots}}{5^4} = 5^{11} ; \quad \left(\frac{2^{\dots} \times 2^3}{2^4} \right)^2 = 2^{10} ; \quad \left(\frac{3^4 \times 3^{\dots}}{2^{-5}} \right)^3 = \frac{1}{2^{-33}}$$

4- Utiliser les identités remarquables pour développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (5a - 4)^2 ; \quad B = (6x + y)^2 ; \\ C = (7a - 3b)(7a + 3b) ; \quad D = (2x - 1)^2 + (x + 3)(x - 3)$$

5- Factoriser :

$$A = 25a^3b^2 + 75a^4b^3 - 5ab^2 ; \quad B = 5b(3a + 2) - 5c(3a + 2) \\ C = 5(x-2)(x+3) - 4(x-2)(x+1) ; \quad D = 7a(3x + 8y) + 3x + 8y \\ E = 15x - 9y + 75ax - 45ay ; \quad F = 4x - 12 - 7a(x - 3)$$

6- Résoudre les équations suivantes :

$$a) 2(x - 7) - 9 = 12 ; \quad b) 2(2x - 5) - 3x = 4x + 3(2x - 5) ; \\ c) \frac{2x - 1}{5} - \frac{6x + 2}{4} = 2 ; \quad d) (2x - 3)(x - 9) - (3 - 2x)(2x + 1) = 0.$$

7- Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur l'axe des réels :

$$a) 2x < -6 ; \quad b) \frac{1}{2} - x \geq 2 + \frac{x}{3} ; \\ c) 4x - 2(3x + 1) < 2(x - 5) ; \quad d) \frac{3x}{2} - \frac{1}{3} \leq \frac{1}{6} - 2x.$$

8- Un objet coûte 200 €. Il subit une hausse de 20%, suivie d'une baisse de 30%.

Calculer son prix final, ainsi que le pourcentage de baisse par rapport au prix initial.

9- Claire dépense chaque jour la moitié de ce qu'elle a, plus 2 000 LL. Au bout de 2 jours, elle n'a plus rien.

Quelle somme avait-elle ?

10- Un cycliste part de chez lui à la vitesse moyenne de 15 km/h pendant 27 km pour monter au sommet d'une colline.

Il fait ensuite demi-tour pour redescendre chez lui à la vitesse de 45 km/h.

Calculer sa vitesse moyenne sur la totalité de son trajet aller-retour.

→ Conseil : Calculer les durées de la montée et de la descente.

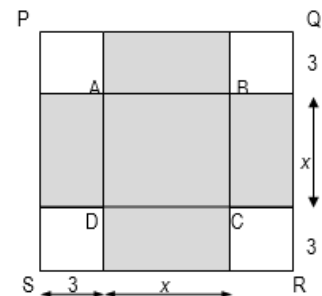
- 11- On a posé la question suivante à une population de femmes de quarante ans : « Combien avez-vous d'enfants ? »
Les résultats de cette enquête sont :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Nombre de femmes	12	25	23	34	22

- a) Calculer le nombre moyen d'enfants par femme interrogée lors de cette enquête.
b) Déterminer le nombre médian d'enfants. Interpréter votre résultat.
c) Quel est le pourcentage de femmes ayant un nombre d'enfants supérieur ou égal à 2 ?
Donner une valeur approchée à l'unité près.
- 12- Thomas a obtenu 11 et 16 aux deux premiers contrôles de maths.
Quelle note doit-il avoir au troisième contrôle pour obtenir 15 de moyenne ?
- 13- ABC est un triangle isocèle en A.
La parallèle à (AB) menée par C et la parallèle à (AC) menée de B se coupent au point D.
Démontrer que ACDB est un losange.

- 14- On considère la figure ci-contre :

- a) Exprimer l'aire de la surface hachurée, en fonction de x .
b) Si l'aire de cette partie était égale à 133, quelles seraient alors :
- L'aire du carré PQRS ?
 - La longueur du côté du carré PQRS ?
 - La longueur du côté du carré ABCD ?



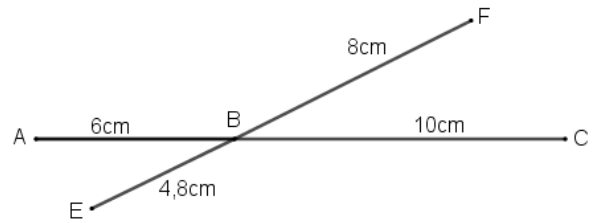
- 15- On donne deux cercles (C_1) et (C_2) de centres O_1 et O_2 , de rayons respectifs 3 cm et 4 cm et tel que $O_1O_2 = 6$ cm.
Soit A et B les points d'intersection de ces deux cercles.
On note M_1 le point de (C_1) diamétralement opposé à A et M_2 le point de (C_2) diamétralement opposé à A.
- a) Faire une figure.
b) Montrer que M_1, B et M_2 sont alignés.
c) Montrer que $M_1M_2 = 2 O_1O_2$.
- 16- On considère un losange ABEC de centre M, de côté 4 cm et tel que la diagonale [BC] mesure 4cm.
- a) Construire ce losange.
b) F est le milieu de [AC]. Démontrer que $(BF) \perp (AC)$.
c) D est le symétrique de C par rapport à B. Démontrer que $(DA) \parallel (BF)$.
- 17- a) Construire un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que $AB = 6$ cm.
b) Placer sur ce demi-cercle le point C tel que $AC=3$ cm. Quelle est la nature du triangle ACO ?
c) Quelle est la nature du triangle ABC ? Quelles sont les mesures des angles de ce triangle ?
- 18- ABC est un triangle. La parallèle menée de C à (AB) coupe les médianes (AI) et (BJ) en D et E respectivement.
- a) Montrer que $DC = CE = 2 IJ$, puis en déduire que $DE = 4 IJ$.
b) Préciser la nature du quadrilatère ABCE.
- 19- (BH) et (CK) sont les hauteurs relatives aux côtés [AC] et [AB] d'un triangle ABC.
M étant le milieu de [BC], montrer que le triangle MHK est isocèle.
- 20- (C) et (C') sont deux cercles concentriques de centre O, de rayons 3cm et 4cm respectivement. Calculer le périmètre et l'aire de la couronne comprise entre ces deux cercles (arrondir au dixième).

21- [AC] et [EF] sont deux segments sécants en B tels que :

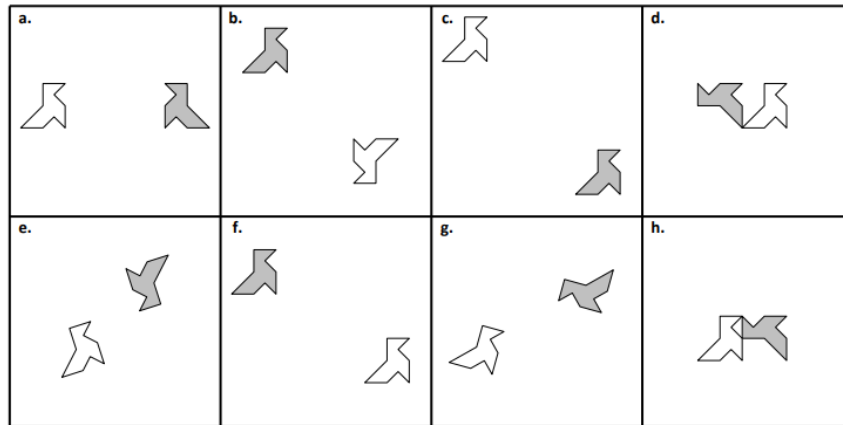
$$AB = 6\text{cm et } BC = 10\text{cm.}$$

$$EB = 4,8\text{cm et } BF = 8\text{cm.}$$

- a) Les droites (AE) et (CF) sont-elles parallèles ? Justifier
 b) Les droites (AF) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifier



22- Dans chacune des huit représentations données, la figure grise est obtenue après avoir appliqué une **transformation du plan** à la figure blanche.



Dans chaque cas :

- a) Préciser le **type** de transformation appliquée (Symétrie axiale, centrale, translation ou rotation).
 b) Construire **le ou les élément(s) caractéristique(s)** de cette transformation (axe, centre, vecteur ou angle)

2^{ème} semaine

23- Calculer en montrant les étapes du calcul :

$$A = 0,2 - \frac{8}{100} ; \quad B = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} + \frac{7}{4} ; \quad C = (-3) \times \left(-\frac{1}{5}\right).$$

24- Trouver la valeur de x , dans chacun des cas suivants :

$$a) 2^{x+6} = 2^{10} \quad b) 2^{3x+1} \times 2^{x+1} = 2^{14} \quad c) (2^x)^3 = 2^{12} \quad d) 2^{x+1} = 4^{x-4}$$

25- On donne les nombres suivants :

$$G = \frac{6 \times 10^2 + 3 \times 10^{-1}}{2001 \times 10^{-1}} \quad H = 10^2 + 10 + 10^{-1} + 10^{-2} \quad J = \frac{2^2 \times 2^{600}}{2^{-2} \times 4^{300}} \quad K = 0,00625$$

- a) Montrer que G est un entier.
 b) Donner l'écriture scientifique de H.
 c) Ecrire J sous la forme 2^n où n est un entier relatif.
 d) Montrer que K est l'inverse de J.

26- Développer et réduire :

$$A = (2x + 2)(3 - x) - x^2(x + 1) ; \quad C = (x + 2y)^2 - 2(3x - y)^2 + (4x + 1)(4x - 1)$$

$$B = 9(2x + 3)^2 - 16(x - 3)^2 ; \quad D = (x + 3)(x + 2) + (x - 1)^2 - 3(x - 2)(3x + 1).$$

27- Factoriser :

$$A = 3x + 9y + 6 ; \quad B = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 6 ; \quad C = (x - 3)(2x - 5) + (x - 7)(2x - 5) ;$$

$$D = -3x - 6x^2 + 12 - 30x^4 ; \quad E = 21x^4 - 14x^2 + 35x^6 ;$$

$$F = (5 - 2x)(4x + 3) + 2(3 + 4x) ; \quad G = (x + 4)^2 + (x + 4)(2x - 1) ;$$

$$H = 5x^3y^2 + 10x^2y^2 ; \quad I = (x - 2)(y - 4)^2 - (x - 2)(y - 4) ;$$

40- Construire un parallélogramme $ABCD$ tel que (AB) et (AC) soient perpendiculaires.
Soit I et J les milieux respectifs de $[AD]$ et $[BC]$.
Montrer que $IAJC$ est un losange.

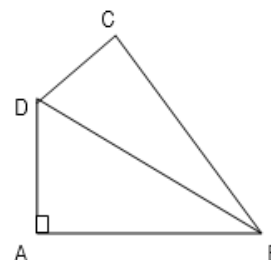
41- On considère un triangle RST et soit A le pied de la hauteur issue de S et B le milieu de $[RS]$.
On note C le projeté orthogonal de B sur (RT) . Démontrer que C est le milieu du segment $[AR]$.

42- ABC est un triangle rectangle en A , et H est le pied de la hauteur issue de A .
On pose A', B', C' les symétriques respectifs de A, B, C , par rapport à H .
a) Montrer que B, C, B', C' et H sont alignés.
b) Quelle est la nature de $ABA'B'$? de $ACA'C'$?
c) Quelle est la nature du triangle $A'B'C'$?

43- Sur la figure ci-contre, $ABCD$ représente un terrain, avec :

$$BAC = 90^\circ ; AB = 20 \text{ m} ; BD = 25 \text{ m} ; BC = 24 \text{ m} \text{ et } CD = 7 \text{ m}.$$

- Calculer la longueur AD .
- Démontrer que le triangle BCD est rectangle en C .
- Démontrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le diamètre.



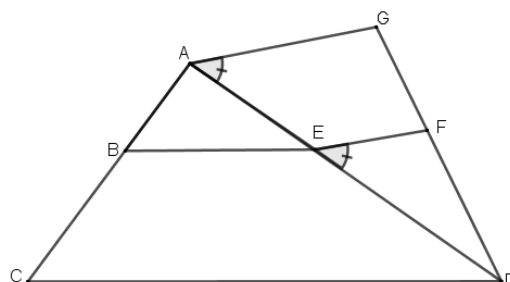
44- Sur la figure ci-contre, on a : $B \in [AC]$; $E \in [AD]$ et $F \in [GD]$.

$$(BE) \parallel (CD)$$

$$AC = 5 \text{ cm} ; AB = 2 \text{ cm} ;$$

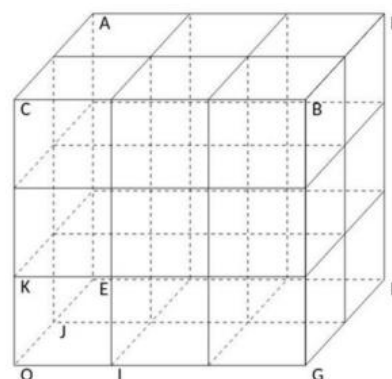
$$AE = 2,8 \text{ cm} \text{ et } AG = 3,5 \text{ cm}$$

- Calculer la longueur AD .
- ACD est un agrandissement de ABE , quel est le rapport de cet agrandissement ?
- Justifier que $(EF) \parallel (AG)$.
- Calculer la longueur EF .



45- Dans le repère $(O ; I, J, K)$ de l'espace :

- Donner les coordonnées des points A, B, C, F , et G .
- Placer les points $P(0 ; 0 ; 2)$, $Q(2 ; 2 ; 1)$, $R(2 ; 0 ; 0)$ et $S(1 ; 2 ; 2)$.



46- Effectuer et simplifier, en montrant tous les détails de calcul :

$$A = \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{5}\right) - \left[\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{7}\right) - \left(2 - \frac{3}{4}\right)\right] + \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{2}{3} - 1\right)\right] \qquad B = \frac{1}{-\frac{2}{3}} + \frac{3}{-5}$$

47- Trouver la valeur de x :

a) $3^2 \times 3^x = 3^7$ c) $[(-7)^x]^2 = (-7)^{10}$
 b) $(-4)^4 \times [(-4)^3]^x = (-4)^{13}$ d) $49 \times (7^2)^3 = 7^x \times 7^3$

48- Donner l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

$A = 0,0035$ $B = 147,71$ $C = 33,5 \times 10^{-4}$
 $D = 663,14 \times 102$ $E = \frac{131 \times 10^3}{8}$ $F = 0,2^3 \times 1,2^2 \times 10^{-3}$

49- Développer et réduire :

$A = 3(6a - b) - 4(3a + 5b) - 7(a - b)$ $B = 3(x - 5)(3x - 7) - (-x - 5)(-x + 3)$
 $C = 4x(x - 7) + 5x(4 - 2x)(x + 1)$ $D = 2(x - 3)^2 - 4(x + 1)^2 - (x - 1)(x + 2)^2$

50- Factoriser :

$A = 36a^2b^2 - 49c^2$; $B = 4x^2 - 12xy + 9y^2$; $C = (3x + 5)^2 - 4$; $D = (7x + 1)^2 - (2x - 5)^2$
 $E = 49(2x - 1)^2 - 25(x - 4)^2$; $F = 2x^2 - 18$; $G = 16(2x + 3) - 25x^2(2x + 3)$
 $H = 4(x + 2)y^2 - 9(x + 2)x^2$; $I = (3x + 2)(2x - 5) - (x + 4)(5 - 2x)$
 $J = (3x + 7)(x - 4) + (4 - x)(2x - 1)$

51- Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{4x}{3} = -8$; b) $\frac{2x - 3}{5} = \frac{x - 1}{2}$;
 c) $\frac{3x}{5} - 13 = \frac{7x}{10} - \frac{2}{5}$; d) $(2x - 1)(4x + 3) - (4x^2 - 4x + 1) = 0$.

52- Résoudre les inéquations suivantes et représenter les solutions sur l'axe des réels :

a) $\frac{4x + 1}{8} \geq \frac{2x - 1}{3}$; b) $5(x - 1) + 3x \leq 4\left(x - \frac{2}{3}\right)$;
 c) $\frac{x - 4}{3} - \frac{3 - x}{4} \leq 2(x - 1) + \frac{x - 1}{3}$.

53- a) Décomposer 24, 36, 70, 54 et 84 en facteurs premiers puis simplifier les expressions A, B et C.

$$A = \frac{84^3 \times 36^2 \times 70^{-2}}{35 \times 24^2 \times 54^{-3}} \qquad B = \frac{2 \times 6^2 \times 54^8}{70^5 \times 36^{-5}} \qquad C = \frac{70^4 \times 35^{-1} \times 7^{-2}}{20^3 \times 8^4}$$

b) Calculer le PGCD et le PPCM de 36 et 70, de 54 et 84, de 24 et 54.

54- Dans une librairie, le rayon des romans policiers comporte 20 % d'ouvrages français, soit 280 ouvrages. Le rayon des bandes dessinées, lui, comporte 600 ouvrages au total, dont 40 % en français. Retrouver la (ou les) affirmation(s) correcte(s) en justifiant par le calcul :

- a) Le pourcentage des ouvrages français dans les deux rayons est de 26 %.
- b) Le pourcentage des ouvrages français dans les deux rayons est de 30 %.
- c) Le pourcentage des ouvrages français dans les deux rayons est de 60 %.

- 55- Dans un devoir, il y a 24 exercices. Paul reçoit 5 bonbons par exercice réussi mais en donne 3 par exercice raté. Finalement Paul ne reçoit rien, mais ne doit rien. Combien a-t-il réussi d'exercices ?
- 56- La recette d'une salle de cinéma s'élève à 2 396 €. Les places coûtent 26 € à l'orchestre et 21 € au balcon. 101 spectateurs ont assisté à la séance. Combien d'entre eux se trouvaient au balcon?
- 57- On sait que la largeur d'un rectangle est le tiers de sa longueur et qu'elle mesure 10cm de moins que la longueur. Quelles sont ces dimensions ?
- 58- Le tiers des sportifs d'un club sont des filles et le reste sont des garçons.
Les $\frac{3}{7}$ des filles et les $\frac{2}{5}$ des garçons vont à la plage.
- Calculer la fraction des sportifs qui vont à la plage.
 - En déduire la fraction de ceux qui restent au club.
 - Sachant qu'il reste 50 sportifs au club. Calculer le nombre total de sportifs avant d'aller à la plage.
- 59- a) Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1000000}$, la distance entre deux villes est 6,45 cm.
Trouver la distance réelle de ces deux villes.
- b) Deux villes sont distantes de 120 km. Sur une carte, elles sont distantes de 6 cm.
Quelle est l'échelle de cette carte ?

- 60- Un maraîcher vend de la menthe dans des barquettes où il est marqué « Poids net : 150 g ».
On a pesé 300 barquettes de ce stock et on a résumé leurs masses dans le tableau ci-contre.

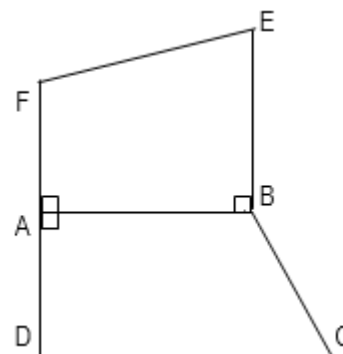
Masse (en g)	135 à moins de 140	140 à moins de 145	145 à moins de 150	150 à moins de 155	155 à moins de 160	160 à moins de 165
Effectif	15	21	93	126	27	18

- Donner la fréquence de chaque classe.
 - Calculer la fréquence des barquettes dont la masse est inférieure à 145 g.
 - On prend au hasard une barquette dans le stock et on note sa masse. On assimile les probabilités aux fréquences calculées dans la question 1.
Quelle est la probabilité que la masse de la barquette soit :
 - de 150 g à moins de 155 g ?
 - inférieure à 145 g ?
 - supérieure ou égale à 155 g ?
- 61- Tracer un parallélogramme ABCD de centre O. La parallèle à la droite (BD) passant par C coupe (AB) en E et (AD) en F. Montrer que C est le milieu de [EF].
- 62- On considère un triangle ABC tel que BC = 6 cm et on note D, E et F les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC] et [BC]. La droite (d) parallèle à (BC) et passant par A coupe (EF) en K et (DF) en H. Calculer DE et HK.

- 63- ABCD est un trapèze tel que :

$$\widehat{BAD} = 90^\circ, \widehat{ADC} = 90^\circ, AB = 4 \text{ cm}, DC = 6 \text{ cm}, AD = x \text{ cm}.$$

- Exprimer, en fonction de x, l'aire S du trapèze ABCD.
- Soit ABEF un autre trapèze tel que : $\widehat{BAF} = 90^\circ$, $\widehat{ABE} = 90^\circ$, BE = 3 cm et AF = x cm. Exprimer en fonction de x, l'aire S' du trapèze ABEF.
- Pour quelle valeur de x, a-t-on S = S' ?
- Pour quelles valeurs de x, S' est-elle strictement supérieure à S ?



- 64- ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 5$ cm et $BC = 9$ cm. M est un point de $[BC]$ et N est le point tel que ABMN est un rectangle.
- En appelant x la longueur BM, donner l'aire de ABMN.
 - Comment choisir x pour que l'aire de ABMN soit les $\frac{2}{3}$ de l'aire de ABC ?

- 65- Soit un cercle $\Gamma (O; r)$ et deux points A et B tels que $[AB]$ soit un diamètre de Γ . C et D sont deux points distincts de Γ situés dans un même demi-plan de frontière (AB) et tels que $AC = BD = r$. (AC) et (BD) se coupent en I.
- Montrer que les triangles OAC, OBD et OCD sont équilatéraux.
 - En déduire que $(CD) \parallel (AB)$ et que les triangles IAB et ICD sont équilatéraux.
 - Montrer que C et D sont les milieux respectifs de $[IA]$ et $[IB]$.
 - Soit E le point diamétralement opposé à C et F le point d'intersection de (AE) et (IB) . Montrer que B est le milieu de $[IF]$, puis en déduire que $BE = r$.

- 66- a) Tracer un segment $[RS]$ de 8 cm de longueur. Placer son milieu O, puis tracer le cercle de centre O et de rayon 4 cm. Placer un point T sur le cercle tel que $RT = 6$ cm. Quelle est la nature du triangle RST ? Calculer la valeur exacte de ST.
- b) Tracer la perpendiculaire à la droite (RT) passant par O ; soit I son point d'intersection avec la droite (RT) . Justifier les affirmations suivantes : $(IO) \parallel (TS)$ et I est le milieu de $[TR]$. Calculer le périmètre du triangle RIO et la longueur de son cercle circonscrit.

- 67- ABCD est un carré de 6 cm de côté.
- E est le point de (AB) tel que $BE = \frac{1}{2} AB$ et $E \notin [AB]$.
- F est le point de (AD) tel que $DF = \frac{1}{2} AD$ et $F \notin [AD]$.
- Faire une figure soignée.
 - Démontrer que les triangles BEC et DFC sont égaux et en déduire que $CF = CE$.
 - Démontrer que les triangles AEC et AFC sont égaux.
 - Justifier que la droite (AC) est la bissectrice de l'angle \widehat{FCE} .

- 68- ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $AC = 16$ cm et $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

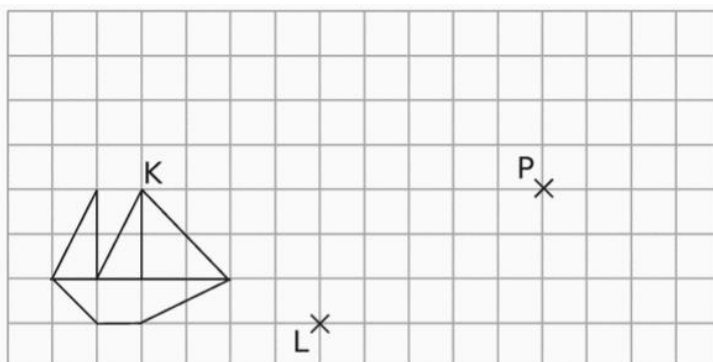
Le cercle (C) de centre O et de diamètre $[AB]$ coupe $[AC]$ en E.

- Reproduire la figure en vraie grandeur et la compléter au fur et à mesure.
- Démontrer que le triangle AOE est équilatéral.
- Calculer EB^2 .
- En déduire que $BC = 14$ cm.
- On note I le milieu de $[BC]$. Démontrer que le périmètre du triangle OEI vaut la moitié de celui du triangle ABC.



- 69- L'image d'un bateau par translation :

- Dessiner en rouge l'image du bateau par la translation qui transforme K en P.
- Dessiner en vert l'image du bateau par la translation qui transforme L en P.



70- Effectuer et simplifier, en montrant tous les détails de calcul :

$$A = 5 + 3 \times \frac{\frac{7}{2} - 2}{\frac{7}{4} - \frac{1}{2}}$$

$$B = \frac{5 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{5 - \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$$

$$C = \left(\frac{5}{7} - \frac{4}{3}\right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{7}\right)$$

- 71-**
- a) Calculer : $A = 5,632 \times 10^3$; $B = 45,6 \times 10^{-2}$;
 $C = 0,0073 \times 10^7$; $D = 181\,000 \times 10^{-4}$.
- b) Compléter par la puissance de 10 qui convient :
 $0,512 = 512 \times \dots$; $37 = 0,37 \times \dots$; $18,1 = 181\,000 \times \dots$;
 $56\,000 = 0,56 \times \dots$; $480\,000 \times 10^{-13} = 48 \times \dots \times 0,37 \times 1012 = 3\,700 \times \dots$
- c) Compléter par le nombre décimal qui convient :
 $2\,500 \times 10^{-17} = \dots \times 10^{-14}$ $0,09 \times 10^{18} = \dots \times 10^{14}$
- d) Donner l'écriture scientifique :
 $E = 27\,000$; $F = 0,0045$; $G = 345 \times 10^{-14}$; $H = 0,00012 \times 10^{12}$.

72- Développer, réduire et ordonner :

- a) $A(x) = (2x + 3)(3x - 2) - (x + 1)(x - 1) + 3(x - 2)(2 - x)$
 b) $B(x) = 2x(x + 2)(x - 1) - (x - 3)(x + 3)(2x - 1)$
 c) $C(x) = -2(x - 4)(2 - 3x) + 5(2 - x)(3x - 1) + 5(x^2 + 3)$
 d) $D(x) = 2x^2 - 5 + 2(x - 2)(3x + 1) - 3(2x - 1)(5x - 3)$

73- Factoriser :

$$A = (x + 1)(x^2 + 1) - x(2x + 2) ; \quad C = ax + bx - ay - by ;$$

$$B = 25y^2 - 40y + 16 ; \quad D = a^2 + b^2 - 9 + 2ab ; \quad E = 25(x - 1)^2 - 9(x + 3)^2 ;$$

$$F = x^2 - 6x + 9 + 4(x^2 - 9) - 2x + 6 ; \quad G = (4x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(2x - 1).$$

74- Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{5x}{7} - \frac{3x - 13}{42} = \frac{9 - 2x}{14} - 2x$; b) $(x - 3)^2 - (2x + 1)^2 = 0$;
 c) $(x + 3)(5x + 2) = (x + 3)(x + 2) - x^2 + 9$.

75- Résoudre les inéquations suivantes et représenter les résultats sur l'axe des réels :

a) $\frac{x + 2}{-2} < 2 - \frac{x}{2}$; b) $3x - (x - 1) \leq \frac{1}{3}(6x + 5)$;
 c) $5(x - 2) + 3\left(\frac{x - 1}{4}\right) > -2x + \frac{7}{2}$.

- 76-** Quels sont les nombres : * égaux à leurs carrés ? * égaux à leurs inverses ?
 * opposés à leurs opposés ? * inférieurs à leurs opposés ?

77- Une personne à qui l'on a demandé l'âge a répondu : « Si je vis jusqu'à 100 ans, il me reste à vivre les $\frac{3}{2}$ de l'âge que j'ai ». Quel est l'âge de cette personne ?

78- La place des Vosges, à Paris, est une place rectangulaire de 140 m de longueur.

Sur un plan, cette place a pour dimensions 3,2 cm et 3,5 cm.

- a) Quelle est l'échelle de ce plan ?
 b) Calculer la largeur réelle (en m) de cette place, puis son aire (en m²).

- 79- Un jeu de 48 cartes comporte 4 couleurs : Rouge, Verte, Bleue, et jaune.
On répète 2 000 fois l'expérience de tirer une carte, noter sa couleur, et la remettre.
Une partie des fréquences observées est relevée dans le tableau suivant :

Couleur	Rouge	Verte	Bleue	Jaune	Total
Fréquences	0,554	0,099	0,158		

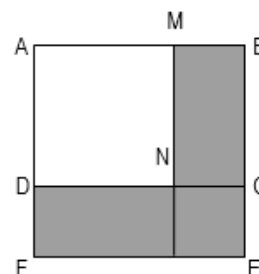
- Compléter le tableau.
- Combien de fois a-t-on tiré une carte verte ? rouge ?
- Proposer une composition des 48 cartes.

- 80- ABEF et AMND sont des carrés.

On pose $AB = a$ et $AD = b$.

Exprimer en fonction de a et b :

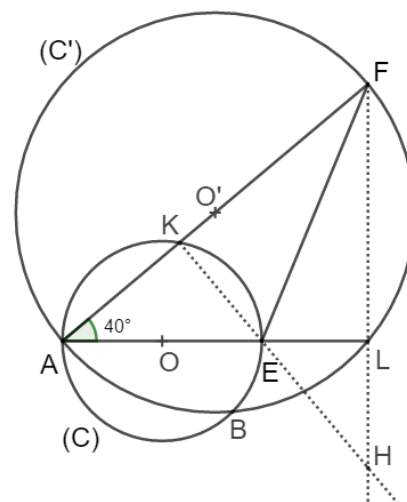
- * La longueur MB et le périmètre de ABCD.
- * L'aire de ABEF; celle de AMND.
- * L'aire et le périmètre de la surface coloriée.



- 81- Tracer un triangle ABC tel que $AB = 5\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ et $BC = 6\text{cm}$. Soit L le milieu de [AB].
La parallèle à (BC) passant par L coupe [AC] en M, et la parallèle à (LC) passant par M coupe [AB] en N.
Démontrer que $AN = 1,25\text{cm}$.

- 82- AEF est un triangle tel que $AE = 6\text{cm}$, $AF = 12\text{cm}$ et $\widehat{FAE} = 40^\circ$. Soit (C) et (C') les cercles de diamètres [AE] et [AF] ; on note O et O' leurs centres respectifs. Ces deux cercles se recoupent en B ; (AF) recoupe (C) en K et (AE) recoupe (C') en L. On note H le point d'intersection des droites (EK) et (FL).

- Déterminer la nature des triangles AKE, ALF, ABE et ABF.
- Que représente le point E pour le triangle FAH ? Justifier.
En déduire que $(FE) \perp (AH)$.
- Démontrer que les points F, E et B sont alignés.
- En déduire que $(AB) \perp (EF)$ et que les points A, B et H sont eux aussi alignés.

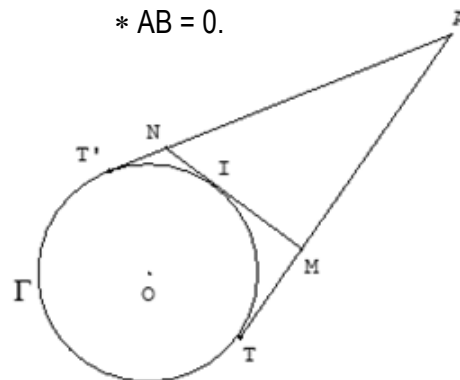


- 83- a) A et B sont deux points tels que $AB = 6\text{cm}$.
Construire deux cercles C (R ; 5cm) et C' (S ; 4cm) sécants en A et B.
b) Construire deux cercles C (A ; 3cm) et C' (B ; 4cm) dans chacun des cas suivants :
- * $AB = 9\text{cm}$;
 - * $AB = 7\text{cm}$;
 - * $AB = 1\text{cm}$;
 - * $AB = 0$.

- 84- Sur la figure ci-contre :

- * Γ est un cercle de centre O.
- * (AT) est tangente à Γ en T.
- * (AT') est tangente à Γ en T'.
- * $AT = 8\text{cm}$.
- * (MN) tangente en I à Γ .

Calculer le périmètre du triangle AMN.



- 85- ABCD est un parallélogramme. E est le symétrique de D par rapport à A.
J est le milieu de [DC]. La droite (EJ) coupe (AB) en I et (BC) en F. On donne $AB = 4\text{cm}$.

- Calculer IB ; en déduire la valeur du quotient $\frac{FJ}{FI}$.
- Reprendre le calcul précédent en posant $AB = a$.

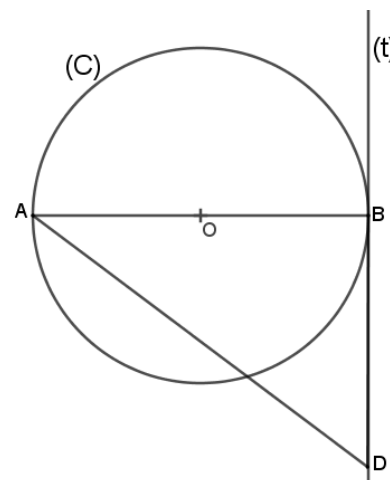
86- EFGH est un quadrilatère ; A est le milieu de [EF].

La parallèle à [FG] passant par A coupe (EG) en B et la parallèle à (GH) passant par B coupe (EH) en C.

- Démontrer que les droites (AC) et (FH) sont parallèles.
- Comparer les périmètres des triangles ABC et FGH.

87- (C) est un cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que $AB = 12$ cm. La droite (t) est tangente au cercle (C) en B et $D \in (t)$ tel que $BD = 9$ cm.

- Reproduire la figure en vraie grandeur et la compléter au fur et à mesure.
- Démontrer que $AD = 15$ cm.
- La parallèle à (AD) passant par O recoupe (BD) en P. Calculer la longueur OP.
- La perpendiculaire à (t) passant par P recoupe (AD) en F. Démontrer que F est le milieu de [AD].
- Comparer les triangles AOF et BOF.

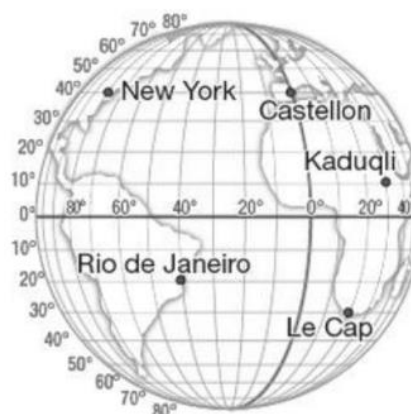


88- ABC est un triangle tel que : $BC = 8$ cm, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ et $AB = 6$ cm.

On note I le milieu de [AB] et [AH] la hauteur relative au côté [BC].

- Faire une figure soignée.
- Démontrer que $HI = 3$ cm.
- La parallèle à (IH) passant par A coupe [BC] en E. Calculer la longueur AE.
- Calculer la distance de A à (BC).
- (EI) et (AH) se coupent en O. Calculer la longueur AO.

89- Indiquer, le mieux possible, les coordonnées géographiques des cinq villes indiquées sur la sphère terrestre ci-contre.



=====